

Jana LABUDKOVÁ¹, Radim ČAJKA²

**ANALÝZA INTERAKCE ZÁKLAD-PODLOŽÍ S VYUŽITÍM NEHOMOGENNÍHO
POLOPROSTORU NA BÁZI MKP**

**ANALYSIS OF SUBSOIL-STRUCTURE INTERACTION WITH APPLICATION
OF INHOMOGENEOUS HALF-SPACE BASED OF FEM**

Abstrakt

S využitím metody konečných prvků byla provedena analýza vzájemné interakce betonové desky a podloží. Zemina je látka nestejnorodá. Pro analýzu byl využit nehomogenní poloprostor, ve kterém je koncentrace svislého napětí jiná než v poloprostoru homogenním, což umožňuje lepší vystižení napětově-deformačních vztahů zatěžované zeminy. V parametrické studii jsou vzájemně porovnávány výsledné deformace získané analýzou homogenního a nehomogenního poloprostoru.

Klíčová slova

3D konečné prvky MKP, interakční modely, interakce základ-podloží, základové konstrukce.

Abstract

Interaction of concrete slab and subsoil was performed by application of Finite element method. Subsoil is inhomogeneous. Inhomogeneous half-space was used for analysis. In inhomogeneous half-space the vertical stress concentration is different than in a homogeneous half-space. That allows better capturing of stress-strain relationships of the loaded subsoil. Parametric study provides comparison of deformations obtained by analysis of the homogeneous and inhomogeneous half-space.

Keywords

3D finite elements FEM, soil – structure interaction, interaction models, foundation structure.

1 ÚVOD

Základová konstrukce a podloží se vzájemně ovlivňují. Proto nelze zanedbat účinek základové půdy zatížené horní stavbou a je nutné při řešení zohlednit interakci základové konstrukce s podložím. Problematika této interakce a rozvoj výpočtových modelů jsou řešeny již desítky let, přičemž je hlavní snahou nalézt takový výpočtový model, který by reprezentoval skutečné základové poměry. Vzájemnou interakci základových konstrukcí s podložím se v minulosti zabývalo a i v současnosti zabývá mnoho českých autorů [1, 2, 3, 4, 5], i zahraničních autorů [6, 7, 8, 9, 10, 11]. Bylo zavedeno několik výpočtových modelů a metod, mezi které patří i numerické metody [12, 13, 14, 15, 16, 17] (např. metoda konečných prvků - MKP), jejichž využití je spojeno s rozvojem výpočetní techniky. Aplikací výpočtového modelu je snaha vystihnout interakci mezi základem a podložím tak, aby bylo možné stanovit co nejvýstižnější rozdělení napětí a přetvoření od kontaktního napětí v základové spáře. Toto kontaktní napětí má většinou obecný průběh a kromě

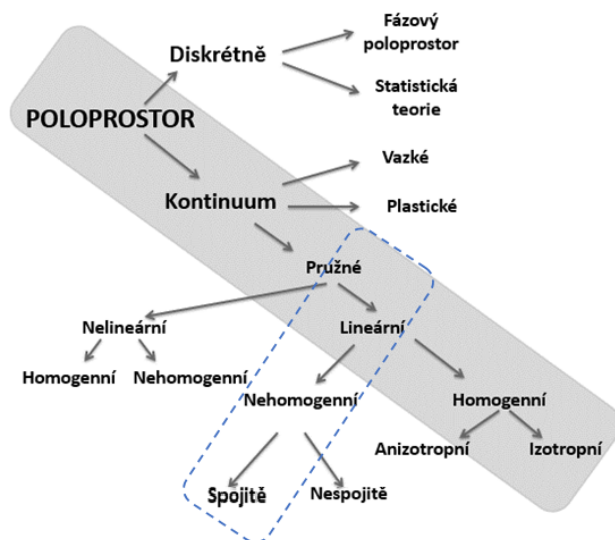
¹ Ing. Jana Labudková, Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 925, e-mail: jana.labudkova@vsb.cz.

² prof. Ing. Radim Čajka, CSc., Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875/17, 708 33 Ostrava-Poruba, tel.: (+420) 597 321 344, e-mail: radim.cajka@vsb.cz.

zatížení závisí také na tuhosti podloží, horní stavby i samotného základu. Složitost řešení vzájemné interakce základových konstrukcí a podloží spočívá hned v několika aspektech, které jsou při výpočtech rozhodující. Mezi tyto aspekty patří například např. volba výpočtového modelu a vliv fyzikálně-nelineárního chování konstrukce. Jednoznačnému řešení takové úlohy brání zatím nedostatečný teoretický základ zkoumané problematiky. Výsledky řešení se mohou lišit v závislosti na volbě modelu podloží. Nejistoty popisu chování půdního podloží jsou, mimo jiné, spojeny také se složitostí podrobně popsat geologický profil a zaručit jej v celé podzákladové oblasti.

2 KLASIFIKACE METOD VÝPOČTŮ NAPJATOSTI POLOPROSTORU

Podloží je možné modelovat jako plošný 2D model povrchu podloží nebo jako prostorový 3D model zemního masivu, kterým lze detailně sledovat děje uvnitř podloží. Model podloží ve 3D lze vytvořit jako poloprostor, tzn. těleso ohraničeno shora rovinou. Poloprostor lze modelovat diskrétně nebo jako kontinuum (obr. 1). Kontinuum lze modelovat jako vazké, plastické, pružné, lineární, nelineární atd (obr. 1). Na obr. 1 je zobrazena klasifikace a typy poloprostorů dle *Fedy* [4].



Obr. 1: Typy a klasifikace modelů poloprostoru [4]

Při tvorbě prostorového modelu lineárního homogenního izotropního poloprostoru s využitím 3D prvků je ovšem problematické zejména správně stanovit velikosti modelované oblasti představující podloží, zvolit okrajové podmínky a velikost konečno-prvkové sítě. Značná závislost na volbě zmíněných parametrů byla dokázána parametrickou studií [18, 19]. Vzhledem k tomu, že zemina je látka nestejnorodá a její vlastnosti se liší od idealizace lineárně pružné izotropní a homogenní látky, vypočtené hodnoty sedání nekorespondují s hodnotami skutečnými, naměřenými u konkrétních staveb, nebo během experimentů. Nesoulad vypočtených a naměřených hodnot sedání je popsán v [18, 19].

2.1 Nehomogenní pružné kontinuum

V nehomogenním poloprostoru je jiná koncentrace svislého napětí v ose základu než v poloprostoru homogenním. Modul přetvárnosti se mění plynule s hloubkou. Podle Frölichova [20] je navržen vztah vycházející z podmínky minima deformační práce, ve kterém modul pružnosti s hloubkou roste dle [20]:

$$E_{def} = E_0 z^m \quad (1)$$

$$m = \frac{1}{\mu} - 2 \quad (2)$$

kde

E_0 – modul pružnosti na povrchu modelu ($E_0 = E$ pro $z = 1$),

z – z - ová souřadnice (hloubka),

m – koeficient závislý na Poissonově součiniteli μ .

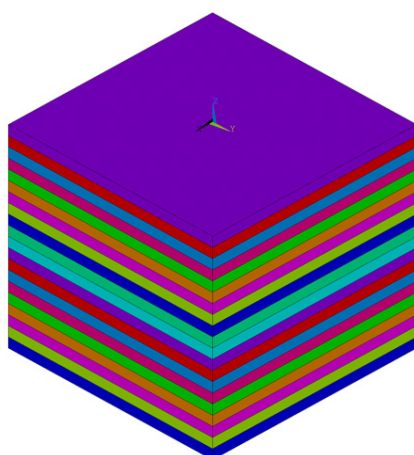
3 PROSTOROVÝ NUMERICKÝ MODEL

Interakce základové desky s podložím byla řešena s využitím numerického modelování v programovém systému ANSYS 15.0. Hodnoty řešeného příkladu byly převzaty z měření probíhajících během zatěžovací zkoušky prováděné na experimentálním zařízení popsaném v [21]. Další experimentální zatěžovací zkoušky a jejich výsledky jsou popsány také v [22, 23]. Zkušebním vzorkem řešeného příkladu, u kterého byla sledována vzájemná interakce základu s podložím, byla prefabrikovaná betonová dlaždice. Betonová dlaždice byla zvolena pro jednoduchost při provádění experimentu zaměřeného zejména na ověření zkušebních metod a zařízení. Rozměry této betonové dlaždice byly 500x500x48 mm. Beton byl zatříděn na základě krychelné i válcové zkoušky betonu v prostém tlaku. Po vyhodnocení zkoušek odpovídala pevnost betonu třídy betonu C45/55.

Horní vrstva podloží je tvořena sprašovými hlinami s konzistencí třídy F4-CS (tzn. jíl písčitý) a její mocnost je cca 5 m. Betonová deska byla uprostřed zatěžována tlakem vyvozeným hydraulickým lisem. Rozměry zatěžované plochy byly 100x100 mm a v době porušení mělo zatížení hodnotu 18,640 kN. Na zatěžované ploše tedy působil tlak $\sigma = F/A = 18,64/0,01 = 1864$ kPa. Při numerické analýze byla zanedbána vlastní tíha desky i podloží. Modul přetvárnosti podloží pod zatěžovanou deskou měl hodnotu $E_{def} = 2,65$ MPa. Tato hodnota odpovídá měkké konzistenci soudržné zeminy (F4-CS). Taková zemina je v praxi pro plošné zakládání nevhodná. Při zakládání reálné stavební konstrukce by byla taková zemina vyměněna, nebo by bylo zvoleno hlubinné založení objektu. Prováděný experiment byl zaměřen zejména na ověření zkušebních metod a zařízení. Výměna zeminy byla provedena až při dalších experimentálních zatěžovacích zkouškách [24]. Zatěžovací zkoušky modelů základových desek v interakci s podložím jsou prováděny také v zahraničí [25, 26, 27, 28].

3.1 3D numerický model nehomogenního pružného kontinua

Výpočtový model byl tvořen s využitím prvku SHELL 181 (2D) pro desku z prostého betonu a prvku SOLID 45 (3D) pro model podloží. Plošnému prvku SHELL 181 byla navíc definována tloušťka desky, která byla 48 mm. Materiálem číslo 1 byl označen beton s modulem pružnosti $E=36,3$ GPa a Poissonovým součinitelem $\mu=0,2$. V podloží rozděleném na 21 vrstev byla pomocí narůstajícího E_{def} zohledněna nehomogenita prostředí. Zemina byla označena jako materiál číslo 2–22 a její Poissonův součinitel měl hodnotu $\mu=0,35$.



Z [m]	E def [MPa]
0,000	2,65
0,125	2,93
0,250	3,21
0,375	3,48
0,500	3,75
0,625	4,02
0,750	4,28
0,875	4,54
1,000	4,80
1,125	5,06
1,250	5,31
1,375	5,56
1,500	5,81
1,625	6,06
1,750	6,31
1,875	6,55
2,000	6,80
2,125	7,04
2,250	7,28
2,375	7,52
2,500	7,76

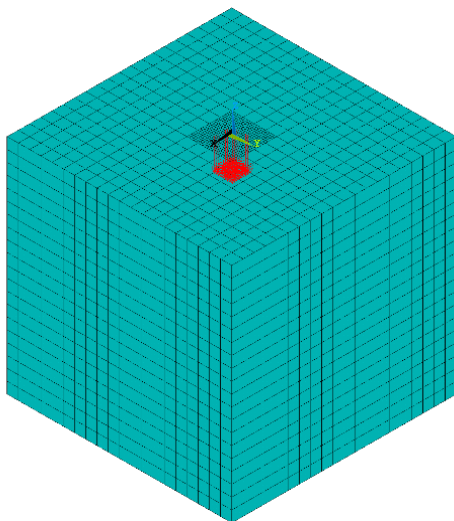
Obr. 2: Nehomogenní model podloží

Při řešení úlohy byla zanedbávána vlastní tíha zemního masivu i betonové desky. Model byl vytvořen jako krychle o rozměrech 2,5x2,5x2,5 m. Mocnost jedné vrstvy modelu podloží byla 0,125 m. Hodnota modulu přetvárnosti začíná na povrchu modelu $E_{def}=2,65$ MPa, a postupně po vrstvách jeho hodnota narůstá (obr. 2) dle vzorce:

$$E_{def} = E_0 z^m \quad \text{viz. Obr. 2} \quad (3)$$

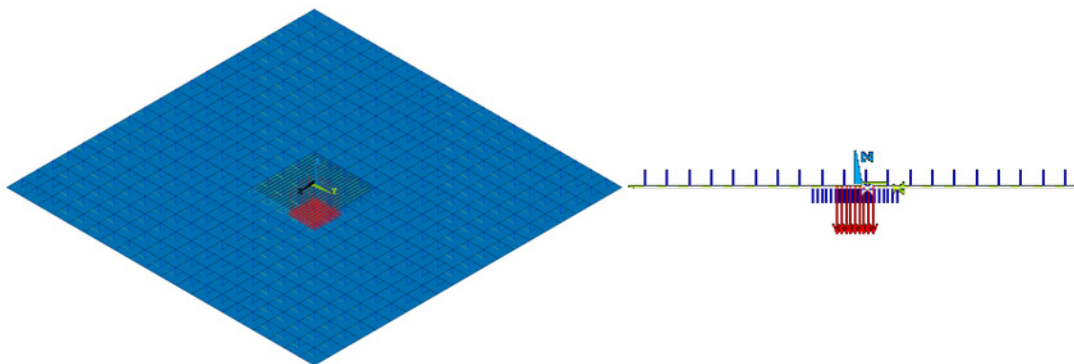
$$m = \frac{1}{\mu} - 2 = \frac{1}{0,35} - 2 = \underline{\underline{0,857}} \quad (4)$$

Pro desku byly vytvořeny 4 klíčové body a pro vytvoření všech vrstev modelu podloží bylo využito 88 klíčových bodů. Klíčové body byly spojeny liniemi, ze kterých byly vytvořeny plochy a následně objemy. Objemy jednotlivých vrstev měly různé vlastnosti dle tabulky na obr. 2. 3D prvky tvořící konečno-prvkovou síť měly rozměr 0,125x0,125x0,125 m (obr. 3). Zatížení bylo rozpočítáno do uzlů vytvářejících zatěžovanou plochu, jejíž velikost byla 100x100 mm. V době porušení vzorku mělo zatížení hodnotu 18,640 kN. Ta byla také použita při tvorbě numerického modelu (obr. 3).



Obr. 3: Vytvoření konečno-prvkové sítě a zatížení modelu

Pro vytvoření kontaktu lze v programu ANSYS využít tzv. průvodce kontaktní úlohou, který umožňuje definovat, zobrazit a upravovat kontaktní páry. Na kontaktní ploše je zanedbán vliv tření mezi deskou a podložím. Součinitel tření je tedy nulový. Po vytvoření kontaktu je nutné ověřit, zda normály obou styčných ploch směřují proti sobě, případně je otočit tak, aby tomu tak bylo (obr. 4).



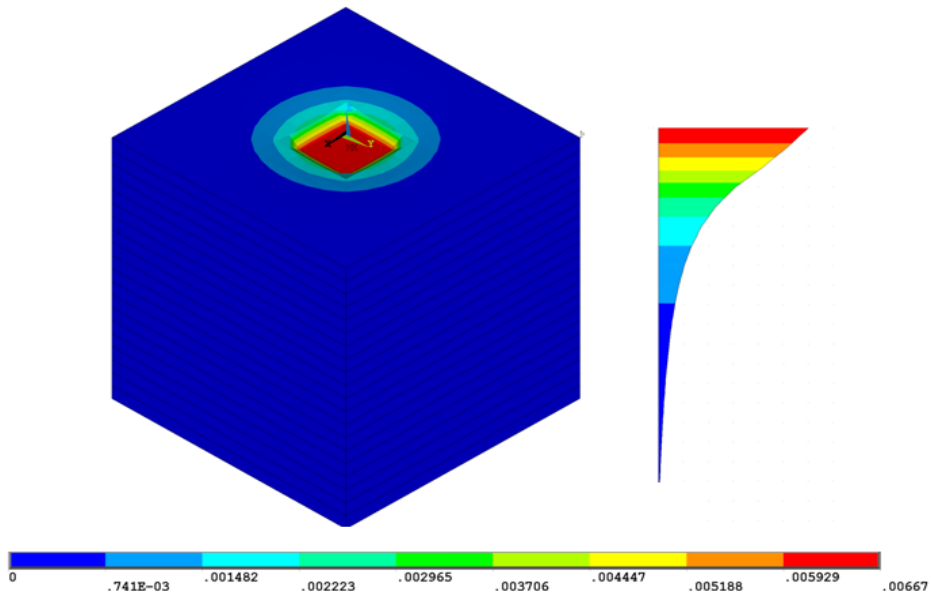
Obr. 4: Vytvoření kontaktní plochy; normály

Okrajové podmínky byly použity ve třech různých variantách (obr. 9), aby mohl být sledován jejich vliv na vypočtené svislé deformace.

Analýza interakce základů a podloží vyžaduje iterační řešení. Chování systému je závislé na tom, zda jsou tělesa v kontaktu, či nikoli.

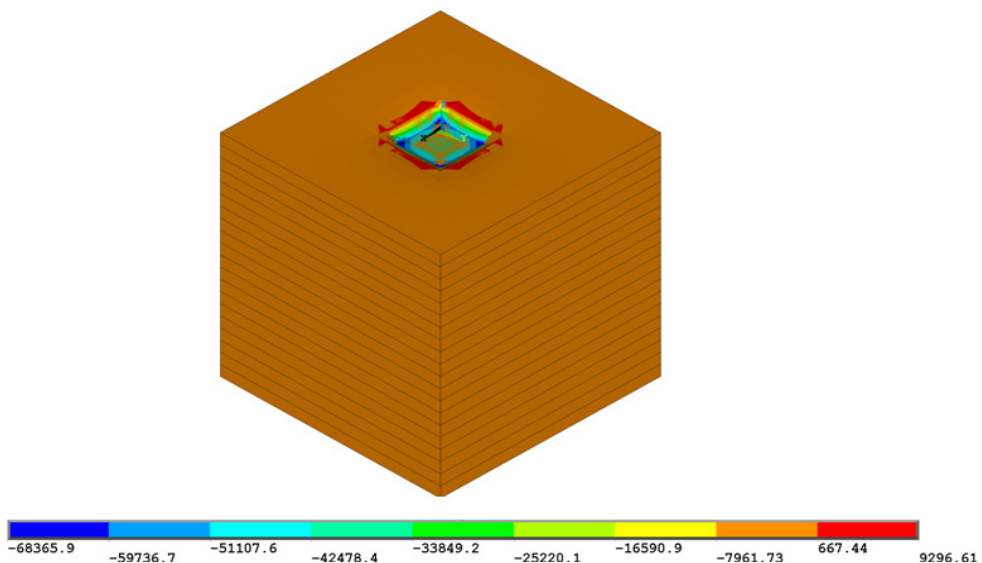
3.2 Interpretace výsledků

Na Obr. 5 jsou vykresleny celkové deformace, ze kterých je patrný vliv okrajových podmínek. Okrajovými podmínkami bylo bráněno horizontálním i vertikálním posunům uzlů vnějších stěn modelu podloží dolní podstavy modelu podloží. Žádnými okrajovými podmínkami nebylo bráněno posunům uzlů v úrovni horní podstavy modelu podloží, která reprezentovala terén.



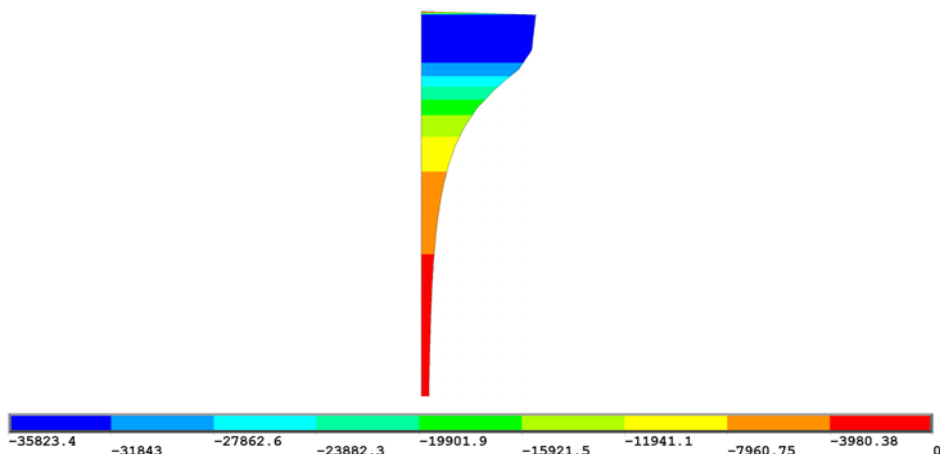
Obr. 5: Celkové deformace, vertikální řez podložím [m]

Svislá složka napětí σ_z v podloží je vykreslena na obr. 6. Červeně zbarvené oblasti znázorňují tahová napětí zeminy v místě poklesové kotliny.



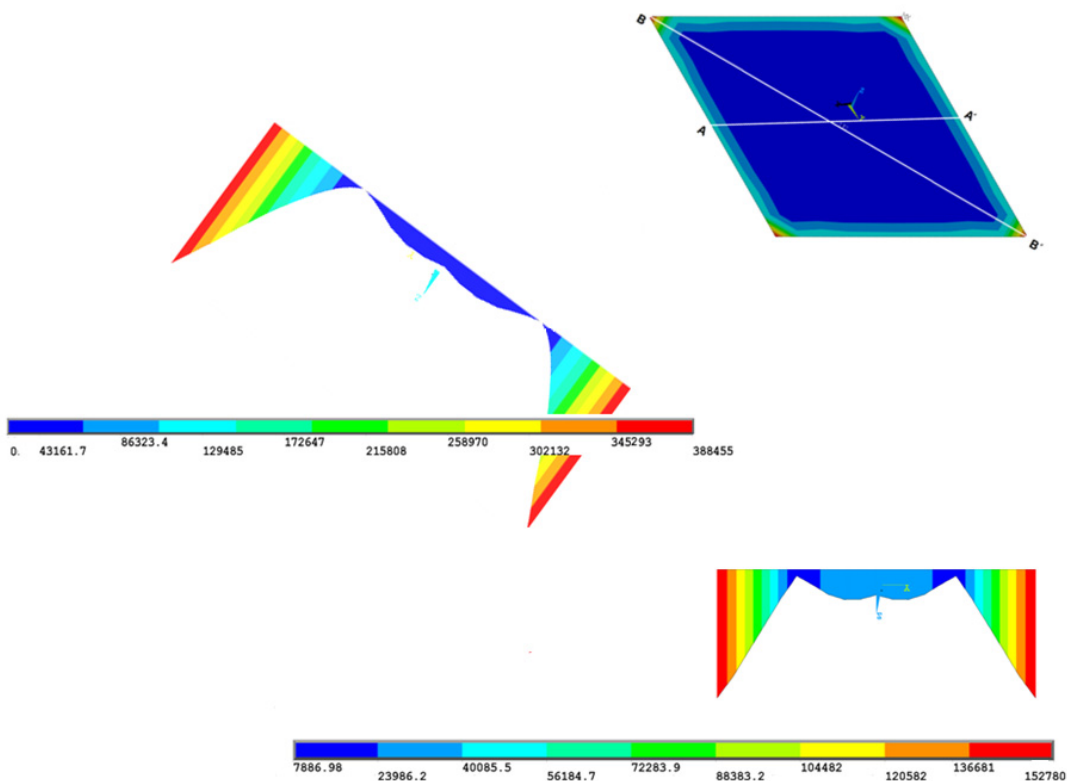
Obr. 6: Průběh složky napětí σ_z [Pa]

Průběh σ_z v závislosti na rostoucí hloubce je znázorněn ve vertikálním řezu vedeným středem podloží od horního povrchu k dolnímu (obr. 7).



Obr. 7: Průběh složky napětí σ_z – vertikální řez [Pa]

Rozdělení kontaktního napětí je zaznamenáno na obr. 8. Podle předpokladu dochází ke koncentraci kontaktního napětí po obvodu betonové desky a v jejich rozích, kde napětí prudce narůstá. To je možné sledovat také v příčném a šikmém řezu betonovou deskou. Špičky představující rostoucí kontaktní napětí lze v programu ANSYS omezit.



Obr. 8: Kontaktní napětí v příčném a šikmém řezu deskou [Pa]

4 SROVNÁNÍ HOMOGENNÍHO A NEHOMOGENNÍHO KONTINUA

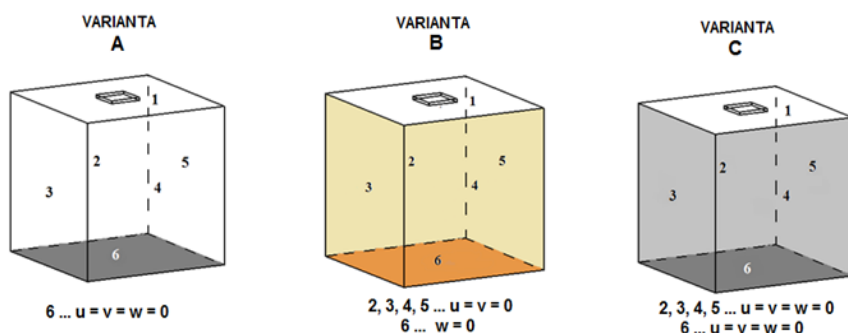
V programu ANSYS vzniklo celkem 168 modelů [18, 19] zkušebního vzorku betonové desky z prostého betonu uložené na podloží, ve kterých bylo modelováno podloží jako lineární homogenní izotropní kontinuum. Tyto modely se lišily okrajovými podmínkami, velikostí řešené oblasti a velikostí konečno-prvkové sítě, což jsou parametry, které mají významný vliv na výslednou deformaci, vnitřní síly i kontaktní napětí. Pro vyhodnocení závislosti deformací na zmíněných parametrech byla provedena parametrická studie [18, 19], která dokázala převládající vliv hloubky modelu podloží na výsledné deformace. Pro lineární homogenní izotropní kontinuum platí, že zvětšuje-li se hloubka namodelovaného podloží, zvětšují se i deformace. Čím je větší hloubka modelu podloží, tím je větší rozdíl mezi deformacemi vypočtenými pro jednotlivé varianty okrajových podmínek. S rostoucí hloubkou se tedy stává volba okrajových podmínek rozhodujícím kritériem ovlivňujícím výsledné svislé deformace [18, 19]. V takovýchto modelech není zohledněna strukturní pevnost zeminy.

Ve skutečnosti se vlastnosti zeminy mění s hloubkou, což je možné zohlednit využitím nehomogenního kontinua, ve kterém roste modul přetvárnosti zeminy s hloubkou. Byla sledována závislost výsledných svislých deformací na měnící se hloubce modelu podloží. Tato závislost byla sledována pro tři různé varianty okrajových podmínek (obr. 9).

Okrajovými podmínkami varianty A bylo bráněno vertikálním i horizontálním posunům v dolní podstavě modelu podloží (na obr. 9 označeno č. 6). Žádnými okrajovými podmínkami nebylo bráněno posunům uzlů obvodových stěn modelu podloží (na obr. 9 jsou tyto stěny označeny č. 2, 3, 4, 5) ani posunům uzlů v úrovni horní podstavy modelu podloží, která reprezentovala terén (na obr. 9 označeno č. 1).

Okrajovými podmínkami varianty B bylo bráněno horizontálním posunům uzlů vnějších stěn modelu podloží (na obr. 9 označeno č. 2, 3, 4, 5) a vertikálním posunům uzlů v dolní podstavě modelu podloží (na obr. 9 označeno č. 6). Žádnými okrajovými podmínkami nebylo bráněno posunům uzlů v úrovni horní podstavy modelu podloží, která reprezentovala terén (na obr. 9 označeno č. 1).

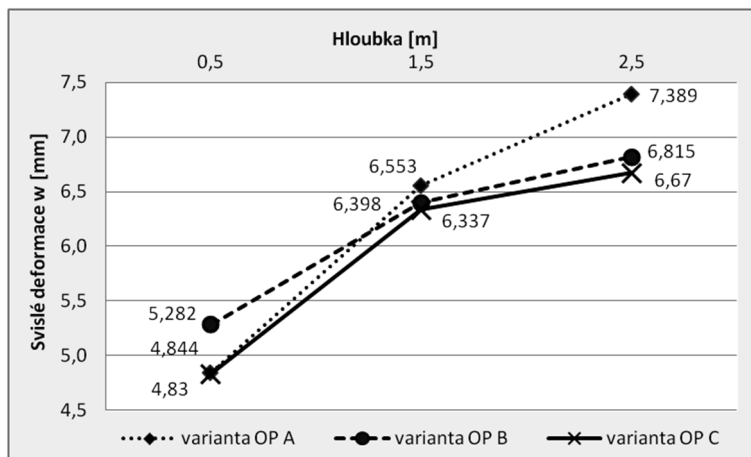
Okrajovými podmínkami varianty C bylo bráněno horizontálním i vertikálním posunům uzlů vnějších stěn modelu podloží dolní podstavy modelu podloží (na obr. 9 označeno č. 2, 3, 4, 5, 6). Žádnými okrajovými podmínkami nebylo bráněno posunům uzlů v úrovni horní podstavy modelu podloží, která reprezentovala terén (na obr. 9 označeno č. 1).



Obr. 9: Varianty okrajových podmínek

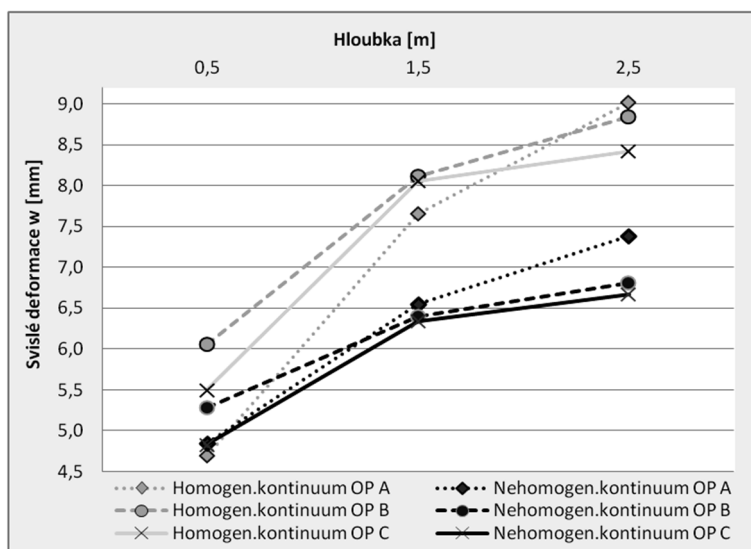
Všechny varianty okrajových podmínek byly použity v modelech homogenního poloprostoru i v modelech nehomogenního poloprostoru.

Na obr. 10 je znázorněna závislost deformací desky na proměnné hloubce namodelovaného nehomogenního podloží při zachování stejné půdorysné plochy podloží, která je 2,5x2,5 m. Hloubka narůstá vždy o 1,0 m (0,5 m; 1,5 m; 2,5 m).



Obr. 10: Závislost svislých deformací desky na proměnné hloubce nehomogenního podloží

Na obr. 11 je znázorněno srovnání deformací desky v závislosti na proměnné hloubce namodelovaného homogenního (šedě) a nehomogenního (černě) lineárního kontinua pro všechny varianty okrajových podmínek.



Obr. 11: Srovnání homogenního a nehomogenního podloží

5 ZÁVĚR

Z grafu na obr. 11 je zřejmé, že model nehomogenního kontinua poskytuje menší svislé deformace než model homogenního kontinua. To je důsledkem rostoucího modulu přetvárnosti s hloubkou. Z grafu je také patrné, že ve srovnání s modelem homogenního kontinua není model nehomogenního kontinua tak silně závislý na náhodně volených geometrických parametrech modelu podloží, kterým byla pro tento případ rostoucí hloubka. Jako hlavní měnící se parametr parametrické studie zaměřené na sledování vlivu velikosti nehomogenního modelu podloží na celkové svislé deformace byla zvolena hloubka modelu podloží, která byla parametrickou studií homogenního modelu podloží vyhodnocena jako parametr nejvýznamněji ovlivňující velikost svislých deformací. Rozdíl mezi nejmenší a největší výslednou svislou deformací ve středu desky na homogenním

modelu podloží je 4,3 mm, zatímco na nehomogenním modelu podloží je mezi maximální a minimální svislou deformací rozdíl pouze 2,6 mm, což je o 68% menší rozptyl hodnot geometricky shodných modelů lišících se pouze v homogenitě resp. nehomogenitě podloží. Z toho lze usoudit, že nehomogenní kontinuum poskytuje stabilnější výsledky méně ovlivněné volbou geometrie a rozměrů oblasti představující podloží.

PODĚKOVÁNÍ

Práce potřebné k vytvoření článku byly podporovány z prostředků Studentské grantové soutěže VŠB-TUO. Registrační číslo projektu je SP2015/108.

LITERATURA

- [1] WÜNSCH, J. Tuhý základ a pružný poloprostor. *Konstrukter* 25, Praha, 164 s., 1947.
- [2] TEPLÝ, B. & NĚMEC, I. & BUČEK, J. & RUSINA, R. & MÍČA, L. & NOVÁK, D. Řešení interakce plošných konstrukcí s podložím, *časopis Konstrukce*, ISSN 1803-8433, prosinec 2009.
- [3] KOLÁŘ, V. & NĚMEC, I. *Modelling of Soil Structure Interaction*. 2.ed. Praha, Academia, 336 s., 1989.
- [4] FEDA, J. *Napjatost podzákladí a metody výpočtů konečného sednutí*, Studie ČSAV č.5., 1.vyd. Academia, 152s, 1974.
- [5] CAJKA, R.: Analysis of Stress in Half-space using Jacobian of Transformation and Gauss Numerical Integration, *Advanced Materials Research*, Switzerland, 2013, p.178-186.
- [6] BOLTEUS, L. Soil-Structure Interaction. *Developments in Geotechnical Engineering*, Vol. 43, 1.ed. Amsterdam, Elsevier 1984. 378 p.
- [7] BOWLES, J. E. *Foundation Analysis and Design*. 4. ed. Singapore, McGRAW-HILL, 1008p. 1988.
- [8] GORBUNOV-POSADOV, M. I. *Výpočet konstrukcí na pružném podkladu*, Praha, SNTL, 476 s. 1957.
- [9] NOVOTNÝ, B & HANUŠKA, A. *Teória vrstevnatého polpriestoru*. Bratislava, VEDA, 260 s., 1983.
- [10] HRUŠTINEC, Ľ. *Analýza spolupôsobenia plošného základu s podložím*. Bratislava: STU, Zošit 12, 2003. 184 s. ISBN 80-227-1957-5.
- [11] LANGEN, H., *Numerical Analysis of Soil-Structure interaction*. Delft, University of Technology, 141 p. 1991.
- [12] MRÁZKOVÁ, M. Výpočet desek na pružném podkladu metodou konečných prvků, *Stavebnický časopis* 20 č. 7, VEDA Bratislava, s.534-545, 1972.
- [13] MATERNA, A. & TEPLÝ, B. Problémy statického řešení základových konstrukcí. Fyzikálně nelineární chování železobetonových základových konstrukcí, sborník příspěvků "Použití nelineární mechaniky v inženýrské praxi", Dům techniky ČVTS Ostrava, červen 1975, str.108-132, 1975.
- [14] BOSWELL, L.F. The Application of the Finite Element Method to some Soil Structure Interaction Problems. In: *Proc. of the Int. Symp. on Numerical Methods in Soil Mechanics and Rock Mechanics*, Karlsruhe, 1976, pp.125-134.
- [15] MIKOLÁŠEK, D. & BROŽOVSKÝ, J. Numerická analýza tuhosti podloží a jeho vlivu na přerozdělení reakcí na základovou patku, *Juniorstav 2012 : 14. odborná konference doktorského studia s mezinárodní účastí*, VUT Brno, FAST, 2012.
- [16] REITINGER, R. & ŠVEJDA, L. Výpočet vrstevnatého podloží metodou konečných prvků, *Stavitel*, 5/98, str. 32 –33.

- [17] CAJKA, R. Numerical Solution of Temperature Field for Stress Analysis of Plate Structures (2013). *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 470 (2014), pp 177-187. Trans Tech Publications, Switzerland, ISSN: 16609336, ISBN: 978-3-03785-961-2, doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.470.177
- [18] CAJKA, R. & LABUDKOVA, J. Dependence of deformation of a plate on the subsoil in relation to the parameters of the 3D model. *International Journal of Mechanics*, Volume 8, Pages 208-215, 2014, ISSN: 1998-4448.
- [19] LABUDKOVA, J. & CAJKA, R., Porovnání experimentálně naměřené deformace desky na podloží a výsledků 3D numerického modelu. *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava, řada stavební*, číslo 1, rok 2014, ročník XIV.
- [20] FRÖHLICH, O. K. Druckverteilung im Baugrunde mit besonderer. *Berücksichtigung der plastischen Erscheinungen*. 183 s. Wien, Verlag Julius Springer, 1934.
- [21] CAJKA, R. & BURKOVIC, K. & BUCHTA, V. Foundation slab in interaction with subsoil. *Advanced Materials Research*. Volume 838-841, 2014, Pages 375-380, ISSN: 10226680 ISBN: 978-303785926-1, DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.838-841.375
- [22] CAJKA, R. & KRIVY, V. & SEKANINA, D. Design and Development of a Testing Device for Experimental Measurements of Foundation Slabs on the Subsoil. *Transactions of the VSB - Technical University of Ostrava, Construction Series*, Volume XI, Number 1/2011, VSB - TU Ostrava, Pages 1–5, ISSN (Online) 1804-4824, ISSN (Print) 1213-1962. DOI: 10.2478/v10160-011-0002-2, 2011.
- [23] JANULIKOVA, M. & MYNARCIK, P. Modern sliding joints in foundations of concrete and masonry structures. *International Journal of Mechanics*, Vol. 8, Issue 1, 2014, Pages 184-189.
- [24] BUCHTA, V. & MYNARCIK, P. Experimental testing of fiberconcrete foundation slab model, *Applied Mechanics and Materials*, Volume 501-504, 2014, Pages 291-294
- [25] HUANG, X. & LIANG, X. & LIANG, M. & DENG, M. & ZHU, A. & XU, Y. & WANG, X. & LI, Y. Experimental and theoretical studies on interaction of beam and slab for cast-in-situ reinforced concrete floor structure, *Journal of Building Structures / Jianzhu Jiegou Xuebao*, Vol. 34, No. 5, pp. 63-71, 2013.
- [26] ALANI, A. & ABOUTALEBI, M. Analysis of the subgrade stiffness effect on the behaviour of ground-supported concrete slabs, *Structural Concrete*, Issue 13, Volume 2, pages 102-108, DOI: 10.1002/suco.201100043, 2012.
- [27] ABOUTALEBI, M. & ALANI, A. & RIZZUTO, J. & BECKETT, D. Structural behaviour and deformation patterns in loaded plain concrete ground-supported slabs, *Structural Concrete*, Issue 15, Volume 1, pages 81-93. ISSN 1464-4177, DOI 10.1002/suco.201300043, 2014.
- [28] ALANI, A. & BECKETT, D. & KHOSROWSHAHI, F. Mechanical behaviour of a steel fibre reinforced concrete ground slab, *Magazine of Concrete Research*, Volume 64, Issue 7, July 2012, Pages 593-604, ISSN 00249831, DOI: 10.1680/mac.11.00077, 2012.

Oponentní posudek vypracoval:

Prof. Ing. Juraj Králik, PhD., Katedra stavebnej mechaniky, Stavebná fakulta, STU v Bratislave.

Doc. Ing. Ľuboš Hruštinec, PhD., Katedra geotechniky, Stavebná fakulta, STU v Bratislave.